SUITES D'OPERATIONS

1°) Groupements intéressants

a) Propriétés de l'addition:

- **On peut permuter deux termes d'une addition : a + b = b + a**

18 + 54 = 54 + 18 ; on dit que l'addition est *commutative*

- **Dans une suite d'additions, on peut regrouper des termes à l'aide de parenthèses: (a + b) + c = a + (b + c)**

(12 + 27) + 9 = 39 + 9 = 48

12 + (27 + 9) = 12 + 36 = 48 ; donc (12 + 27) + 9 = 12 + (27 + 9)

Dans la pratique, on utilise conjointement ces deux propriétés pour calculer des suites d'additions à l'aide de groupements astucieux.

Exemples: 25 + 37 + 42 + 18 + 15 + 13 = (25 + 15) + (42 + 18) + (37 + 13)

= 40 + 60 + 50 = 150

7,3 + 2,5 + 2,9 + 1,7 + 0,5 = (7,3 + 1,7) + (2,5 + 0,5) + 2,9 =

= 9 + 3 + 2,9 = 14,9

b) groupements intéressants:

Pour simplifier les calculs, on peut grouper des termes intéressants dans une suite d'additions

Exemple: 13;7 +5,8 + 4,5 + 2,2 + 4,3 +2,5 = (13,7 + 4,3) + (5,8 + 2,2) + (4,5 + 2,5)

= 18 + 8 + 7 = 33

De même, pour simplifier les calculs, on peut grouper des facteurs intéressants dans une suite de multiplications.

Exemple: 125 × 5 × 25 × 3,8972 × 2 × 4 × 8 = (125 × 8) × (25 × 4) × (5 × 2) × 3,8972

= 1000 × 100 × 10 × 3,8972 = 3 897 200

Remarque: il peut être utile de grouper 5 avec 2 ; 4 avec 25 et 8 avec 125.

Exercice: Calculer astucieusement: 8 × 4,36 × 1,25 × 2,5 × 4

2°) Règles de priorités:

a) avec parenthèses:

Il y a priorité aux parenthèses, puis aux crochets, etc.

Exemples: 137 - (89 - 36) = 137 - 53 = 84.

$25 \times [\ 22 - (14 - 6\ )\ ] = 25 \times [\ 22 - 8\ ] = 25 \times 4 = 100$

Exercice: Calculez : $136 - [\ 6 \times (\ 15 - 7\ )\ ]$

b) sans parenthèses:

En absence de parenthèses, de multiplications et de divisions, on effectue les calculs dans l'ordre, en commençant par les deux premiers termes...

Exemple: $29 + 17 - 15 + 9 - 6 =$

$46 \ - 15 + 9 - 6 =$

$31 \ + 9 - 6 =$

$40 \ - 6 \ =$

34

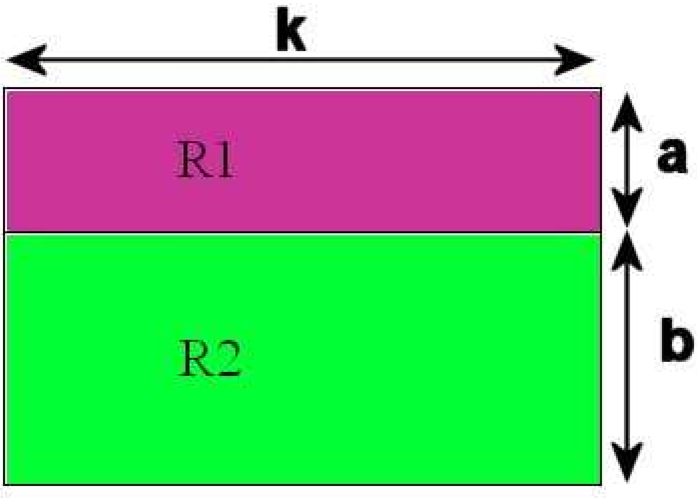
En absence de parenthèses, les multiplications et les divisions sont prioritaires.

Exemple: $59 - 5 \times 8 = 59 - 40 = 19$ *(et non pas 54 - 8 = 46. On peut en particulier vérifier par ce type de calculs si on possède une calculatrice scientifique ou non... Si on tape sur une calculette **Scientifique** 59 - 5 ×8, elle doit afficher 19; par contre, une calculette "ordinaire" donnera pour résultat 46 car ce type de calculette calcule d'abord 59 - 5 sans tenir compte de la priorité des opérations)*

De même: $18 - 49 : 7 = 18 - 7 = 11$ (*Exercice: Calculez : 138 - 8 × 12*)

3°) Distributivité :

Le rectangle ci-dessous est constitué de deux parcelles R1 et R2. Calculons de deux façons différentes l'aire totale de ce rectangle:



***1ère méthode:** la largeur totale du rectangle est a+b; sa longueur est k.*

l'aire du rectangle s'obtient en faisant longueur × largeur, soit: $\mathbf{k \times (a + b)}$.

***2ème méthode:** on calcule d'abord l'aire du rectangle R1 :* $A1 = k \times a$

puis on calcule l'aire du rectangle R2: $A2 = k \times b$

Enfin on additionne les deux aires A1 et A2, ce qui donne: $(k \times a) + (k \times b)$.

Conclusion: $k \times (\ a + b\ ) = (\ k \times a\ ) + (\ k \times b\ )$.

Cette formule illustre une propriété appelée **DISTRIBUTIVITE**. On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et la soustraction.

$$\mathbf{k \times (a + b) = (k \times a) + (k \times b)}$$

Remarques: - le signe × n'est pas obligatoire ainsi que les parenthèses autour de $k \times a$ et $k \times b$.

- la formule s'applique aussi bien avec l'addition que la multiplication.

Ce qui donne:

$$\mathbf{k (a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k (a - b) = ka - kb}$$

Applications: Cette formule permet de calculer de deux façons différentes, d'aider pour le calcul mental, de simplifier des expressions algébriques.

Exemples: - Calculer de deux façons différentes : $A = 15 (18 - 7)$

1ère méthode : $A = 15 \times 11 = 165$; 2ème méthode: $A = 15 \times 18 - 15 \times 7 = 270 - 105 = 165$.

- Calculer "mentalement" $B = 36 \times 999$

$B = 36 \times 999 = 36 \times (1000 - 1) = 36 \times 1000 - 36 \times 1 = 36000 - 36 = 35\,964$

4°) Notations simplifiées

- Le signe × peut être omis s'il n'y a pas d'ambiguïté possible (par exemple entre des lettres ou devant des parenthèses)

  Ainsi: $a \times b = ab$; $5 \times a = 5a$; $6 \times (19 + 25) = 6 (19 + 25)$

- On n'écrit pas : $a \times a = aa$; on écrit $a \times a = a^2$; qui se lit " a au carré" ou encore "a puissance 2"

  de même, $a \times a \times a = a^3$; etc.

- $a + a + a = 3 \times a = 3a$; $a + a = 2a$; $a + a + a + a = 4a$; etc.

  Attention de ne pas confondre $a + a + a = 3a$ et $a \times a \times a = a^3$

- La distributivité permet de simplifier des expressions algébriques (expressions contenant des lettres remplaçant des nombres)

  Exemple 1: simplifiez $C = 7 (a + 5) = 7a + 7 \times 5 = 7a + 35$.
  Exemple 2: simplifiez $D = 6 (a + 8) + 5 (a - 4) = 6a + 48 + 5a - 20 = 11a + 28$
  Exercice: Simplifiez $E = 9 (a + 6) + 3 (7 - 3a)$