

Théorème de Thalès

1°) Théorème direct

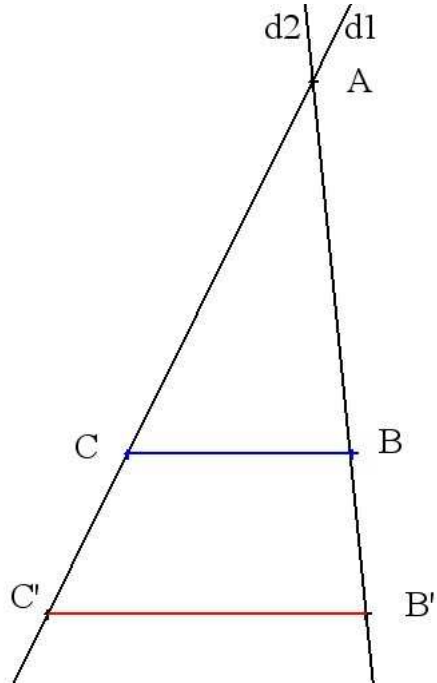
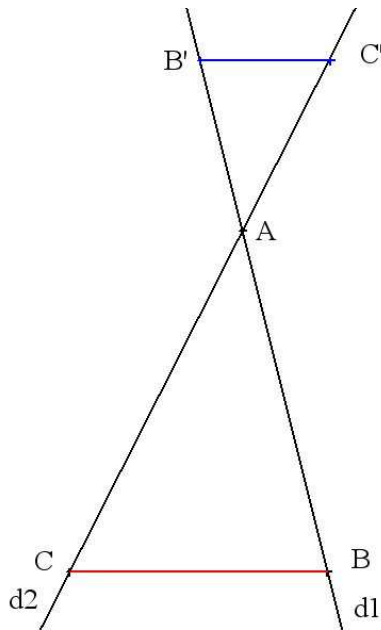
d1 et d2 sont des droites sécantes en A.

B et B' sont deux points de d1 et

C et C' sont deux points de d2.

Si d1 est parallèle à d2, alors:

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$



Application: calculs de longueurs:

On a $(BC) \parallel (B'C')$ et $AC = 7\text{cm}$; $AC' = 9,8\text{cm}$; $AB = 6\text{cm}$ et $B'C' = 5,6\text{cm}$. Calculer BC et AB' .

D'après le théorème de Thalès:

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

$$\frac{6}{AB'} = \frac{7}{9,8} = \frac{BC}{5,6}$$

En appliquant les "produits en croix", il vient:

$$7 \times AB' = 6 \times 9,8 ; \text{ d'où } AB' = 6 \times 9,8 : 7 = 8,4\text{cm.}$$

$$\text{De même: } 9,8 \times BC = 7 \times 5,6 ; \text{ d'où } BC = 7 \times 5,6 : 9,8 = 4\text{ cm.}$$

2°) Théorème réciproque:

" Si A, B, B' sont des points de la droite d1 et si A, C, C' sont des points de la droite d2 dans le même ordre, et si

$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$, alors les droites (BC) et (B'C') sont parallèles."

Exemple: Si AC = 6cm; AC' = 10,2cm; AB = 5cm et AB' = 8,5cm ; montrer que (BC) est parallèle à (B'C').

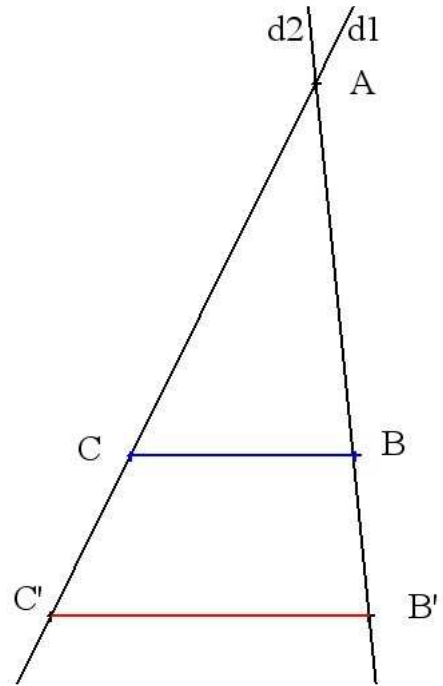
On calcule:

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{8,5}{5} = 1,7$$

$$\text{et } \frac{AC'}{AC} = \frac{10,2}{6} = 1,7.$$

$$\text{Donc, } \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}.$$

D'après le théorème réciproque de Thalès, les droites (BC) et (B'C') sont parallèles.



3°) Agrandissement, réduction

Si (LM) est parallèle à (JK) on dit que le triangle ILM est une réduction du triangle IJK, car:

$$\frac{IL}{IJ} = \frac{IM}{IK} = \frac{LM}{JK}.$$

Dans un agrandissement ou une réduction, de rapport k, les angles sont conservés, la perpendicularité et le parallélisme sont conservés, les longueurs sont multipliées par k. Les aires sont multipliées par k² et les volumes sont multipliés par k³.

